A8

三次元鉄骨骨組の非線形解析

東工大教授　藤本盛久　日建設計　○和田章
東工大大学院　岩田衛　東工大大学院　中谷文俊

1. 序　板を組み立ててできたとみなせる鉄骨骨組の部材は、板厚方向の応力を0、断面の形状は不変と仮定すると、部材の変形、応力、歪等はすべて材軸方向だけの関数として表わすことができる。つまり、鉄骨骨組の場合、その構造物が持っている形の特徴を生かせば、上記の仮定が成り立つ範囲においてではあるが、各種の非線形問題に対して、かなり精度の高い解析をすることが可能である。

2. 解析上の仮定と構造物のモデル化

a. 各部材は線材と考え、大変形への追随性を高めるために、各部材は5~15の線材要素に分割する(Fig.1)。

b. 部材は曲げに伴う剪断変形、断面の局部的変形を無視する。

c. 各要素の変形は、軸方向の変形、二軸方向の曲げ変形、断面のそり、サンブナンの捩れを含んだ捩れ変形を考察する。

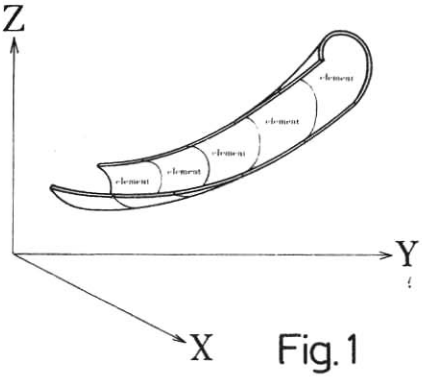

Fig.1

d. 断面の弾性、塑性状態にかかわらず、二軸方向の曲げに関して、断面は平面を保持すると仮定する。　そり関数についても同様に考え、弾性、塑性状態にかかわらず、断面形に応じて一つの関数$\omega(y, z)$を用いる。

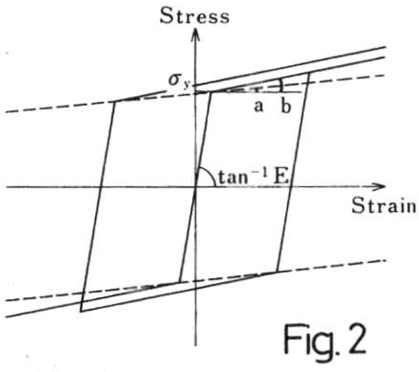

Fig.2

e. 適用し得る断面形状は任意である。　各断面は30~40の単位の面に分割し、その各々の単位について、軸方向の歪(ε_x)と応力(σ_x)を考える。

f. 断面の降伏現象は、ε_x と σ_x のみによって評価し、その関係はFig.2に示すものを用いる。

g. 要素内の応力、歪状態は各要素の両端の断面についてのみ追跡し、要素内部については行なわない。　ただし、歪エネルギーを計算する際には、内部の応力状態が必要であるが、これは要素両端の応力分布を用いて線形補間する。

h. サンブナンの捩れに関しては、常に弾性を保つとする。

i. 各骨組部材は節点に直接、剛に接続しているとする。

3. 解析方法　本論文で用いた非線形解析法は、ポテンシャルエネルギーの停留原理に基づく初期応力法とも呼ばれる増分法である。　変位増分の二次形式によって表わされた歪エネルギーU((1)式)と外力を受けている部分が変位することによって失う外力のポテンシャルエネルギーW_{ex}((2)式)との差としての全ポテンシャルエネルギーΠ((3)式)を考える。

$$U = \frac{1}{2}\cdot\Delta u^T\cdot K\cdot\Delta u + \Delta u^T\cdot f_{in} \quad --- \ (1) \qquad W_{ex} = \Delta u^T\cdot f_{ex} \quad --- \ (2)$$

$$\Pi = \Pi_0 + \frac{1}{2}\cdot\Delta u^T\cdot K\cdot\Delta u + \Delta u^T\cdot f_{in} - \Delta u^T\cdot f_{ex} \quad ------ \ (3)$$

(3)式に対して二次形式の変分原理を適用することによって増分形の連立一次方程式((4)式)を導き、

step by step、iteration 法によって幾度もこの方程式を立て直し解いていく。

$$K\cdot\Delta U + f_{in} - f_{ex} = 0 \qquad \text{------ (4)}$$

ただし、ΔU、K、f_{in}、f_{ex} ：絶対座標系における変位増分ベクトル、剛性マトリックス、節点内力ベクトル、外力ベクトル。

$$K = \sum_e eL^T\cdot eK\cdot eL, \qquad f_{in} = \sum_e eL^T\cdot ef_{in}$$

eL、eK、ef_{in} ：座標変換マトリックス、個材座標系における要素の剛性マトリックス、要素内応力に釣合うべき節点内力ベクトル。

4. 剛性マトリックスと内力ベクトル

a. 各増分計算の毎に各々の要素の個材座標系を変形後の要素の両端を通るように移動し、定義する。 要素の軸方向にx軸を割り当てる。

b. 要素内部の変形は、x軸上の各変形 Δu、Δv、Δw、$\Delta\varphi$（それぞれx.y.z方向の変位増分と軸方向の捩れ変位増分）を用いて、(5)式で表わすことができる。 （ωはそり関数）

$$\left.\begin{aligned}\Delta\bar{u} &= \Delta u - (y - z\cdot\Delta\varphi)\cdot\frac{d\Delta v}{dx} - (z + y\cdot\Delta\varphi)\cdot\frac{d\Delta w}{dx} - \omega\cdot\frac{d\Delta\varphi}{dx}\\ \Delta\bar{v} &= \Delta v - z\cdot\Delta\varphi, \quad \Delta\bar{w} = \Delta w + y\cdot\Delta\varphi, \quad \Delta\bar{\varphi} = \Delta\varphi\end{aligned}\right\} \text{------ (5)}$$

c. 要素内の歪増分は大変形を考慮して(6)式で表わされる。

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_x = {} & \frac{d\Delta u}{dx} - y\cdot\frac{d^2\Delta v}{dx^2} - z\cdot\frac{d^2\Delta w}{dx^2} - \omega\cdot\frac{d^2\Delta\varphi}{dx^2} - y\cdot\Delta\varphi\cdot\frac{d^2\Delta w}{dx^2} + z\cdot\Delta\varphi\cdot\frac{d^2\Delta v}{dx^2}\\ & + \frac{1}{2}\left(\frac{d\Delta v}{dx}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{d\Delta w}{dx}\right)^2 + \frac{1}{2}(y^2+z^2)\left(\frac{d\Delta\varphi}{dx}\right)^2 \qquad \text{------ (6)}\end{aligned}$$

d. 要素両端に各々（Δu、Δv、Δw、$\Delta\theta_x$、$\Delta\theta_y$、$\Delta\theta_z$、$\frac{d\Delta\varphi}{dx}$）を考え、14の未定係数をもった変位関数を各々の要素に考えることによってeUの積分を数値的に行なうことができ、(7)式で表わされる。

$$eU = \frac{1}{2}\Delta eU^T\cdot eK\cdot\Delta eU + \Delta eU^T\cdot ef_{in} \qquad \text{------ (7)}$$

5. 解析例

例題として、(1)繰返し二軸曲げモーメントを受ける柱の非線形挙動、(2)曲げモーメントを受ける梁の横座屈および座屈後の挙動、(3)K型筋違付一層ラーメンの面外座屈および座屈後の挙動を解析した。 Fig.3に(3)のモデル図を示す。 図の点1,7では変位と回転を、点2,3,5,6では面外方向の変位を、さらに各部材の両端の断面のそりを拘束している。 筋違材には部材中央に長さの2000分の1の面外方向の初期たわみを与えておく。 Fig.4に水平力と点2での水平変位との関係、Fig.5にFig.4の点⑥の状態における構造物の変形を示す。

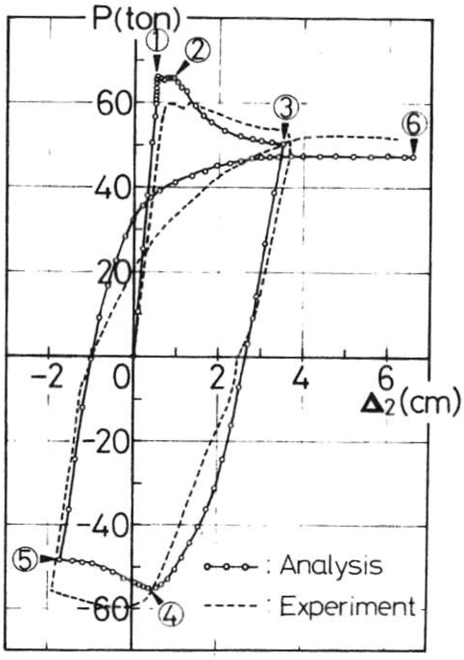

Fig.4

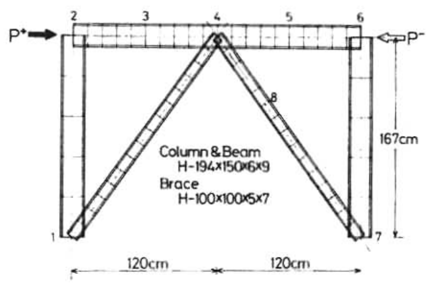

Fig.3

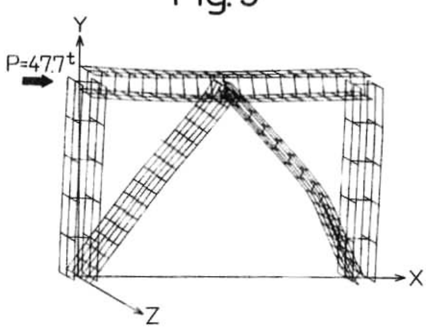

Fig.5