

実規模鋼構造骨組の 3 次元非線形解析への スーパーコンピュータの応用

正 会 員 和 田 章*
正 会 員 久 保 田 英 之**

1. 序 論

この 25 年間、構造解析技術の進歩および適用範囲の拡大は電子計算機の能力の向上に支えられてきたといえる。このような印象は 20 年前、10 年前にもその時代なりにあったものであるが、特に最近の計算機能力の高まりには目を見張るものがある。過去をふり返って感じるこの印象は 10 年後、20 年後にもその時代なりにさらに強いものとなると考える。このような勢いの計算機能力の向上は、単に構造解析技術の進歩を支えるというようなことではなく、いずれは構造設計における構造解析の意味付けまで変えてしまう可能性がある。

力学理論に基づき陽な形で表された解析解は、定量的だけでなく定性的にも構造物の力学的性質をつかむことができるため最も望ましいものである。しかしさまざまな部材を組み立てることによって作られる建築物の挙動を非線形形状まで含めて陽な形で表すことは不可能である。そのため、各種の外乱を受ける構造物の挙動を知るためには、電子計算機を用いた数値解析が有効となる。

大スパン構造、最近の高層ビル等ではこれらの解析技術の向上とあいまって設計者は次第に自由に複雑な形態・構造を欲するようになり、現在設計されている建物の中には、かつての単純なモデル化では実現象を表せなくなっているものも登場している。このような大規模な構造物に対しては実大実験を行うことは当然不可能であり、計算機の中で数値解析を行い実挙動を予測しながら設計を行わざるを得ない。

著者の一人は昭和 48 年に平面骨組、昭和 50 年に立体骨組について、繰り返し荷重を受ける場合の鋼構造骨組について幾何学的非線形性および鋼材の材料非線形性を考慮した非線形構造解析法に関する論文を発表した^{1),2)}。それぞれ、解いた例題は 1 層 1 スパンの筋違付骨組と小規模な構造物であったが、論文を発表した時点において使用できる計算機の能力を精一杯使い、数時間以上の CPU 時間を要して数値計算を行ったものである。当時の計算機の性能を考慮すると、そこで用いた理論は精密

すぎるため実用的でなく研究用であると思われるような状況であったことは確かである。これらの論文を発表した後も、鋼構造骨組の解析法に関する論文は次々と発表され、ここで扱った例題を検証用に取り上げている論文も多い(たとえば文献 3), 4))。ただし、ほとんどの論文の主旨は本格的な規模の建物の解析を行うためには簡略化した理論が必要であるということにあり、計算速度の向上、適用範囲の拡大が可能になったことを結論としていることが多い。

簡略化した理論が必要となる背景には、当時の計算機能力の貧弱さがあった。しかし、現代の計算機はパーソナルコンピュータでさえ当時の大型計算機並みの速度と容量を持つようになっている。進歩の速さを考えると、計算機能力の貧弱さを理由に理論を簡略化することははや必要ないと考える。

数本の部材からなる小規模な構造物を扱っていた場合には精度・収束性・計算時間等で特に問題とならなかった理論・プログラムのアルゴリズムが、そのままその積み重ねと繰り返しによって実規模の問題へ適用できるとは限らない。例えば連立 1 次方程式の求解に必要な記憶容量・計算時間はそれぞれ元数の 2 乗・3 乗に比例して増加する。このほかにも大規模な問題を解くためには精度の確保・収束性の向上が必要となる。単に計算機の性能向上に頼っているだけでは実規模の構造物の非線形解析を実行することは難しい。

本研究の目的は最近特に進歩の激しいスーパーコンピュータの性能を有効に生かし、実規模構造物の非線形解析を可能にするために解決しなくてはならない上記の問題とその解決方法を明らかにすること、および高い精度を持つ理論を実規模の構造物の非線形解析に適用した場合に、実験だけでは得られない構造物の力学的挙動について得られる情報が数多くあることを示すことである。

2. 計算機能力の進歩

計算機の性能の時代変化を表す具体例として、過去 16 年間の東京工業大学総合情報処理センターおよび最近の東京大学大型計算機センターに設置された主力計算機の性能表(表一)を用い、連立 1 次方程式の解を得

* 東京工業大学 助教授・工博

** 東京工業大学 大学院生

(昭和 63 年 7 月 10 日原稿受理)

表一(a) 歴代の計算機一覧 (東京工業大学総合情報処理センター)

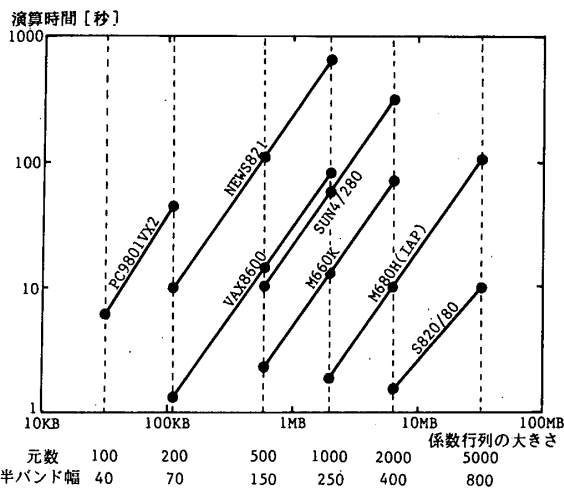
年月	計算機名	MFLOPS	記憶領域(MB) (仮想記憶等)	ディスク位 置決め時間 (msec)	ディスク回 転待ち時間 (msec)	データ転送 速度 (KB/sec)	1トラック 記憶容量 (Byte)	備 考
1972. 1	H-8500	0.1	0.25	75	12.5	156	3525	
1972.10	H-8700	0.4	0.21(1.05)	75	12.5	312	7294	
1977. 1	M-180	1.3	1.0	25	8.4	806	13030	
1980.10	M-200H	10	3.0	25	8.4	806	13030	アレイ°ロテッサ付
1981. 8	M-200H	10	4.0	25	8.4	806	13030	アレイ°ロテッサ付
1983. 8	M-280H	20	4.0	18	8.4	1198	19069	アレイ°ロテッサ付
1987.12	M-280H	20	5.0	17	8.3	3000	47476	アレイ°ロテッサ付
1988. 4	M-660K	3.5	8.0(50)	17	8.3	3000	47476	
1988. 4	SUN4/280	6	128					
1988.10	ETA10/E	300	32(500)					スーパ°コンピ°ユタ 1CPUあたり 計8CPU

FLOPS: 1秒当りの浮動小数点演算回数(64bit演算), MFLOPS=10⁶FLOPS

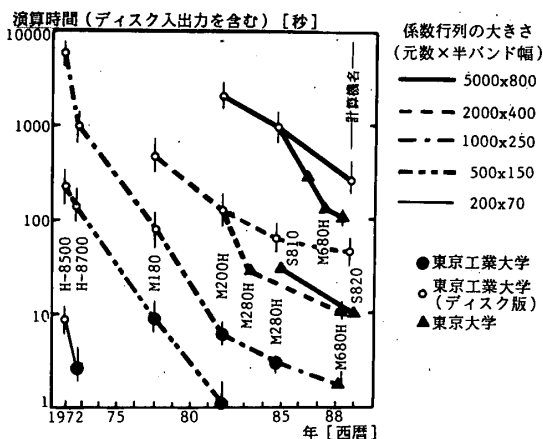
表一(b) 最近の計算機一覧 (東京大学大型計算機センター主システム)

年月	計算機名	MFLOPS	記憶領域(MB) (仮想記憶等)	備 考
1982. 4	M280H	20	7.0	アレイ°ロテッサ付
1983.11	S810/20	630	1.5(16)	スーパ°コンピ°ユタ
1985. 9	M280H	20	32	アレイ°ロテッサ付
1986. 5	M680H	40	32	アレイ°ロテッサ付
1986.11	S810/20	630	1.5(64)	スーパ°コンピ°ユタ
1986.11	M680H	40	64	アレイ°ロテッサ付
1987. 1	S810/20	630	1.5(128)	スーパ°コンピ°ユタ
1987. 4	M680H	52	64	アレイ°ロテッサ付
1988. 1	S820/80	2000	1.5(128)	スーパ°コンピ°ユタ

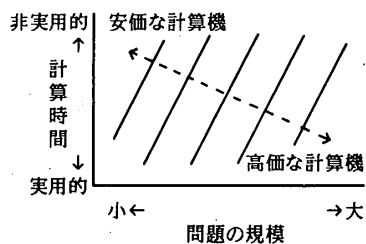
FLOPS: 1秒当りの浮動小数点演算回数(64bit演算)
MFLOPS=10⁶FLOPS



図一2(a) 最近の計算機の計算能力 (a)



図一1 東京工業大学・東京大学における計算機能力の進歩



図一2(b) 最近の計算機の計算能力 (b)

るのに必要な時間の推移をまとめ、図一1に示す。ここに挙げた時間のうち、現在のものは実測値、過去のものはCPUの速さと必要な演算回数およびディスクの読み書き回数とその速度から求めたものである。所要時間の算出方法の詳細はAppendix 1に示す。連立1次方程式を例に取り上げた理由は、構造解析においてはその計算時間のうち多くを連立方程式の求解が占める重要な部分であるからである。この図だけから計算機の全性能を評価できるわけではないが、数値計算の面では、計算機の速度は年々速まり、特にスーパーコンピュータの登場によりその性能は劇的に向上していることがわかる。

図一2(a)は筆者らが使えらる計算機で上記のテストを行った結果(実測値)を示したものである。ここにあげた計算機はいずれもネットワークを通じて利用できるものである。このように問題の規模に応じて計算機を使い分けられることも近年の特徴である。

図一2(b)は(a)をより現実的な視点から見た評価である。計算機の値段によって実用的な範囲の時間内で計算できる規模は定まってくる。しかし、この関係は絶対的なものではなく、値段に対する性能は上昇する一方である。このことは、かつての大型計算機を凌ぐ性能の計算機を一人が独占して使用することが現在では可能と

なっていることを表している。しかも、バッチ処理とは異なり、現在では入力から出力までに要する時間が短くなっているため、さまざまなパラメータ解析が行なえるようになったことも最近の計算機利用環境の変化といえる。

数値解析の欠点の一つは、その入出力が数値の羅列であり、結果の工学的判断が難しいという所にある。この欠点は、計算機のグラフィック機能の充実により、外観や変形だけでなく、応力の分布なども含めてさまざまな角度から出力結果を考察することができるようになり解消しつつある。

以上述べたように、現代の研究者・設計者を取り巻く計算機環境は大幅に改善されている。この環境を生かすことによって、構造解析に対する考え方も変化して行くものと考えられる。

それとともに、新しい形態の計算機の積極的利用を計る必要があると考える。例えば、1つの例として、現在実用化に向けて研究が進められている数千数万におよぶ多数の計算機を並列化した計算機システムがある。この計算機システムによれば、現在有限要素法の欠点とされている個々の要素剛性マトリックスの作成に時間を要する点も、一つの要素に一つの計算機を当てはめることにより解消すると思われる。

3. モデル化と解析手法

本解析法の仮定・手法は基本的には文献2)5)と同一であるので、ここでは改良・変更した点を中心に示す。

3.1 解析上の仮定

3.1.1 部材

三次元的な広がりをもつ部材を線材として扱う。それぞれの部材は軸方向に短い要素に分割し、その変形、ひずみ、応力状態を表す。

各骨組部材の両端は、節点に直接剛に接合しているかあるいはピンで接合しているかのいずれかとする。

3.1.2 要素

各要素は、材軸方向の変形、二軸方向の曲げ変形、断面のそり変形およびサンプナンのねじれを含んだ材軸まわりのねじれ変形を考慮する。部材の曲げおよびそり変形に伴って生じるせん断応力による変形は無視する。

基本的考え方は文献2)と同じであるが、本論文では閉断面を扱うことにしたため、詳細に述べる。

x 軸方向変位増分 Δu は x の 1 次式、y, z 軸方向変位増分 $\Delta v, \Delta w$ は x の 3 次式で表す。ねじれ増分 $\Delta \phi$ は、開断面要素にあつては 3 次式、閉断面要素にあつては 1 次式で表す (式 (1))。

$$\begin{aligned} \Delta u &= \alpha_1 + \alpha_2 x \\ \Delta v &= \alpha_3 + \alpha_4 x + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 x^3 \\ \Delta w &= \alpha_7 + \alpha_8 x + \alpha_9 x^2 + \alpha_{10} x^3 \\ \Delta \phi &= \alpha_{11} + \alpha_{12} x + \alpha_{13} x^2 + \alpha_{14} x^3 \quad (\text{開断面}) \\ \Delta \phi &= \alpha_{11} + \alpha_{12} x \quad (\text{閉断面}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに $\alpha_1 \sim \alpha_{14}$ は未定定数である。

要素内部のひずみを求めるために必要な x 軸上の変位の導関数は式 (2) のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta u}{dx} &= \alpha_2 \\ \frac{d\Delta v}{dx} &= \alpha_4 + 2\alpha_5 x + 3\alpha_6 x^2 \\ \frac{d\Delta w}{dx} &= \alpha_8 + 2\alpha_9 x + 3\alpha_{10} x^2 \\ \frac{d^2\Delta v}{dx^2} &= 2\alpha_5 + 6\alpha_6 x \\ \frac{d^2\Delta w}{dx^2} &= 2\alpha_9 + 6\alpha_{10} x \\ \frac{d\Delta \phi}{dx} &= \alpha_{12} + 2\alpha_{13} x + 3\alpha_{14} x^2 \\ \frac{d^2\Delta \phi}{dx^2} &= 2\alpha_{13} + 6\alpha_{14} x \\ \frac{d\Delta \phi}{dx} &= \alpha_{12} \\ \frac{d^2\Delta \phi}{dx^2} &= 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \dots\dots\dots (2) \\ (\text{開断面}) \\ (\text{閉断面}) \end{array} \right\}$$

要素内部の任意の点 (x, y, z) における要素軸方向のひずみ増分は、大変形を考慮し ω をそり関数として次のように表すことができる。

$$\Delta \epsilon_x = \Delta \epsilon_{x1} + \Delta \epsilon_{x2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_{x1} &= \frac{d\Delta u}{dx} - y \left[\frac{d^2\Delta v}{dx^2} + \phi \frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right] \\ &\quad - z \left[\frac{d^2\Delta w}{dx^2} - \phi \frac{d^2\Delta v}{dx^2} \right] - \omega \frac{d^2\Delta \phi}{dx^2} \\ &\quad + (y^2 + z^2) \frac{d\Delta \phi}{dx} \frac{d\Delta \phi}{dx} \quad \dots\dots\dots (3-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_{x2} &= \frac{1}{2} \left[\frac{d\Delta v}{dx} \right]^2 + \frac{1}{2} \left[\frac{d\Delta w}{dx} \right]^2 + \frac{1}{2} (y^2 + z^2) \\ &\quad \cdot \left[\frac{d\Delta \phi}{dx} \right]^2 - y \Delta \phi \frac{d^2\Delta w}{dx^2} + z \Delta \phi \frac{d^2\Delta v}{dx^2} \\ &\quad \dots\dots\dots (3-2) \end{aligned}$$

ここに、 $\Delta \epsilon_{x1}, \Delta \epsilon_{x2}$ はそれぞれ増分変位に関する 1 次、2 次の項である。また $\frac{d\Delta \phi}{dx}$ は分割要素の平均ねじれ率を表わす⁵⁾。

要素の節点変位増分ベクトルは次の 14 自由度とする。ただし、そりを考えない閉断面要素の場合、7 番目・14 番目の自由度に意味を持たせない。

$$\Delta_e u = \left\{ \Delta_e u_i, \Delta_e v_i, \Delta_e w_i, \Delta_e \theta_{xi}, \Delta_e \theta_{yi}, \Delta_e \theta_{zi}, \right.$$

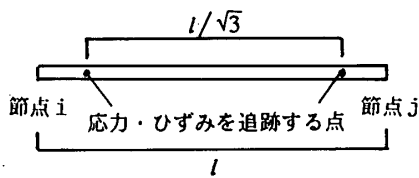


図-3 応力・ひずみの追跡点

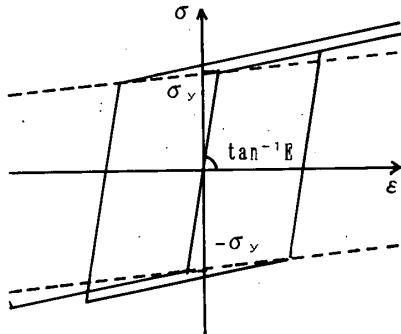


図-4 材料の応力(σ)-ひずみ(ε)関係

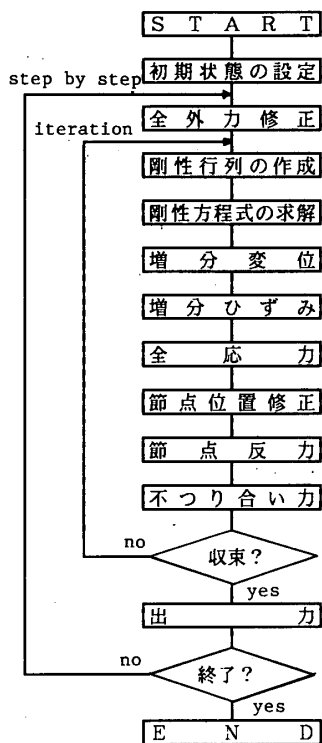


図-5(a) フローチャート (a)

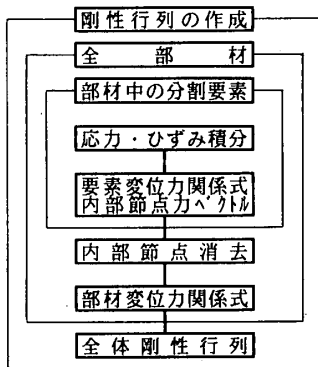


図-5(b) フローチャート (b)

$$e \left(\frac{d\Delta\phi_i}{dx} \right), \Delta_e u_j, \Delta_e v_j, \Delta_e w_j, \Delta_e \theta_{xj}, \Delta_e \theta_{yj}, \Delta_e \theta_{zj}, e \left(\frac{d\Delta\phi_j}{dx} \right)^T \dots \dots \dots (4)$$

要素内の応力，ひずみ状態は各要素中図-3に示す点（ガウス積分点）でのみ追跡する。

3.1.3 断面

弾性・塑性状態にかかわらず，二軸方向の曲げに関して，断面は平面を保持するものとする。そり関数に関しては，文献2)と同様に，開断面の場合，弾性・塑性にかかわらず，断面形に応じて一つのそり関数 $\omega(y, z)$ を用いる。本論文で追加した閉断面部材についてはそりを無視する。適用できる断面形状はH型，○型，□型，□型，L型の5種類である。それぞれの分割単位について材軸方向のひずみ ϵ_x および応力 σ_x を考える。ここでいうひずみは，式(5)で定義される各stepの増分ひずみの累計である。

$$\epsilon_x^{(n)} = \sum_{i=0}^n \Delta \epsilon_x^{(i)} \dots \dots \dots (5)$$

部材端部における断面のそりの拘束条件は，完全拘束または完全自由とする。

3.1.4 材料

文献2)と同様に，要素の降伏現象は ϵ_x と σ_x のみによって評価し，せん断応力の影響は無視する。 ϵ_x と σ_x との関係は図-4に示すものを用いる。

サンパナのねじれに関しては常に弾性を保つものとする。

3.2 解析手法

解析は Step by Step 法により荷重を段階的に増やすことにより進める。それぞれの荷重ステップにおいては Iteration によって収束計算を行う。なお，収束の判断は不釣り合い力ベクトルのノルムが外部荷重ベクトルのノルムの 10^{-8} になった時を標準としている。図-5に本解析法のフローチャートを示す。

4. 改良点と解析上の特徴

4.1 内部節点変位の消去

3. で述べたように，本解析法では，はり，柱などの一つの部材を長さ方向に5~20の分割要素に分割する。この分割によって生じる節点を以下内部節点と呼ぶ。この内部節点の自由度を全体の未知数に含めると，全体の未知数は5~20倍以上に増大することになる。内部節点の変形，力等の影響は部材内にとどまるから，この自由度をサブストラクチャー法により消去し，両端の自由度のみを部材の自由度とみなすことが可能となる。

ある部材を n 分割した場合，各々の分割要素の増分変位と力との関係は式(6)のように表せる。ここに f_{in} は内部節点力ベクトル， f_{ex} は外力ベクトル， K は剛性マトリックス， Δu は増分変位ベクトルである。

$$f_{exi} = K_i \Delta u_i + f_{inu} \dots \dots \dots (6)$$

この関係式を一部材にわたって重ね合わせ、内部節点に外力が作用しないことを仮定すると、式(7)が得られる。

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ f_{ex} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{in1} \\ f_{in2} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

ここに添字1は内部節点に関する成分を、添字2は部材両端の節点に関する成分をそれぞれ表す。

式(7)から内部節点変位 Δu_1 を消去することにより、両端節点の成分のみからなる式(8)を得る。

$$f_{ex} = K' \Delta u_2 + f'_{in} \dots\dots\dots (8)$$

ここに

$$K' = K_{22} - K_{21} K_{11}^{-1} K_{12} \dots\dots\dots (8-1)$$

$$f'_{in} = f_{in2} - K_{21} K_{11}^{-1} f_{in1} \dots\dots\dots (8-2)$$

である。

式(8)で表される関係式を全部材について重ね合わせることににより、全体のつり合い方程式を作ることができる。しかし、式(8-1)、(8-2)中には逆行列が含まれ、このままでは数値計算上効率が悪い。実際には Appendix 2 に示す方法で内部節点自由度の消去を行っている。この消去ルーチンは大規模構造物では最も多く実行される部分であり、後にあげる例題では全実行ステップの約8割がこの消去ルーチンの実行に費やされている。この部分をスーパーコンピュータの特徴であるベクトル演算機能を活用して高速に処理するようにしたことが本手法の特徴である。

内部節点自由度を消去することの最大の利点は全体剛性マトリックスが未知数、バンド幅ともに小さくなることである。連立1次方程式を解くのに必要な時間はほぼその未知数に比例し、バンド幅の2乗に比例するから、大規模構造物でしかも1部材を数十に分割する場合などでは内部節点自由度を消去する効果は大変大きいものになる。

また、各部材を独立に扱うことができるので、外国製スーパーコンピュータに多く見られるマルチプロセス構成を有効に生かせるとも考えている。

石田ら⁹⁾は、同様の発想で伝達行列を用いて自由度の低減を計っている。石田らの方法は隣り合う要素ごとに内部自由度を消去するのに対し、本手法は部材中の内部自由度をまとめて消去するという違いがある。この違いは、石田らが解析途中で塑性化に応じて部材を分割するのに対し、本手法では最初から分割しているという方法の違いに起因すると考える。

この内部節点を消去する手法はすでに文献1)2)で行っていた。当時は、この手法をおもに計算機のメモリ節約など計算機利用上の技術的内容に属すると考えていたので特に発表はしなかった。当時は扱っている問題が小さかったため式(8)をそのまま適用して逆マトリックスを求めていたため、計算機の容量・計算時間などの制約で、部材の分割数も5が限度であった。これ以上分

割する必要がある場合には部材の中間に節点を設けていた。今日では、計算機の容量的には問題はなくなっているが、分割を増やすことによる逆マトリックスの計算時間の増大が問題となってきた。逆マトリックスを用いない方法の開発により、この問題を解決できたと考える。

4.2 両端ピン支持の部材

ピン接合トラス構造など部材両端がピン支持となる場合にも、部材の座屈を考慮するために本解析法では部材内部の節点に7自由度の増分変位を考慮する。しかし、このままでは両端の節点を結ぶ直線回りに対して拘束されていないため不定となってしまふ。不定となっても剛性方程式を解く際に最適近似解⁷⁾を用いれば解析を進めることは可能ではあるが、最適近似解を求めることは通常の解法の数倍の時間と記憶領域を必要とする。これを解決するため以下の方法を用いた。

(1) 部材両端の節点を結ぶ直線軸回りにのみ作用する弱い回転バネを一方の部材端に加え、回転を拘束する。部材両端の節点を結ぶ直線方向余弦を $\{\lambda, \mu, \nu\}^T$ 、仮定する回転バネ剛性を K_r とする。以下のマトリックスを部材剛性マトリックスの一方の端部節点の回転成分に加えることにより、回転バネによる拘束が表現される。なお今回の解析では、 K_r には部材のねじり剛性の1/100を用いた。

$$K_r \begin{bmatrix} \lambda^2 & \lambda\mu & \lambda\nu \\ \lambda\mu & \mu^2 & \mu\nu \\ \lambda\nu & \mu\nu & \nu^2 \end{bmatrix}$$

(2) 部材両端の節点の回転自由度は、内部節点自由度の消去と同時に消去する。これにより、この部材は取扱上は軸力のみが作用するトラス部材と同等になる。

(3) 部材の座屈現象を取扱う際には初期たわみを導入する。この場合には部材が直線ではなくなるため、内部節点には節点回転が発生する。この変形が進行することにより座屈を表現することができる。ただし、この場合は、座屈は初期たわみを与えた方向にのみ進行する。

4.3 増分節点変位予想のための前回までの節点増分変位の利用

Step by Step 法による増分解析の各 step では Newton-Raphson 法に基づき各 iteration ごとに剛性方程式を作り、増分変位を求めることを繰り返す。通常、各 step の最初の計算では、直前 step 計算後の状態を基に要素剛性を求め剛性マトリックスを作成する。このため、要素剛性あるいは節点座標が大きく変化している場合には発生する誤差が大きくなると考えられる(図-6)。この誤差は iteration により解消されるものではあるが、なんらかの簡便な方法により次の収束点を予想できれば iteration 回数を減らすことが可能となる。

構造物の剛性が外荷重の増加と共に連続的に変化していると仮定すると、ある n 番目の step における増分変

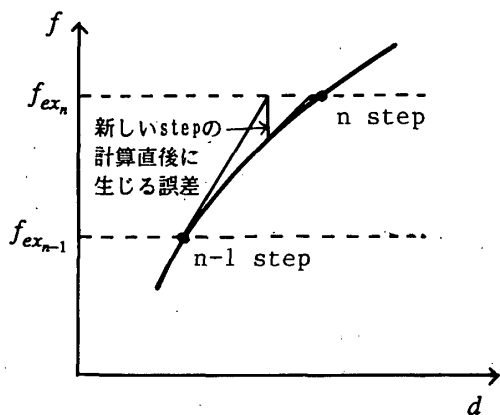


図-6 Newton-Raphson 法による収束計算

位ベクトル Δd_n は、 $n-1$ 、 $n-2$ step における増分変位ベクトル Δd_{n-1} 、 Δd_{n-2} およびそれぞれの step における外力の増分パラメータ $\Delta \lambda_n$ 、 $\Delta \lambda_{n-1}$ 、 $\Delta \lambda_{n-2}$ を用いて次のような関係をほぼ満たすと考えられる (図-7)。

$$\frac{\Delta d_n}{\Delta \lambda_n} \frac{\Delta d_{n-1}}{\Delta \lambda_{n-1}} = \frac{\Delta d_{n-1}}{\Delta \lambda_{n-1}} \frac{\Delta d_{n-2}}{\Delta \lambda_{n-2}} \dots (9)$$

これから

$$\Delta d_n = \Delta \lambda_n \left(2 \frac{\Delta d_{n-1}}{\Delta \lambda_{n-1}} - \frac{\Delta d_{n-2}}{\Delta \lambda_{n-2}} \right) \dots (10)$$

が求まる。最初の iteration では連立方程式を解かずにこの増分変位ベクトルを用いることにより、剛性マトリックスの作成および剛性方程式を解く作業を1回減らすことができる。また、iteration 中で解消すべき不釣り合い力も減少することが期待できる。

例として図-8 に示す鋼管の塑性座屈問題について行った収束回数の比較結果を図-9 に示す。この例では増分きざみを小さくする必要があったため、この場合の収束回数の平均は、改良前でも 3.4 回と多くはないが、改良後は 2.5 回と減少させることができた。収束回数の合計が減少することは、剛性マトリックスの作成や剛性方程式を解くことに多くの時間を要する大規模な構造物の解析では非常に有効であると思われる。

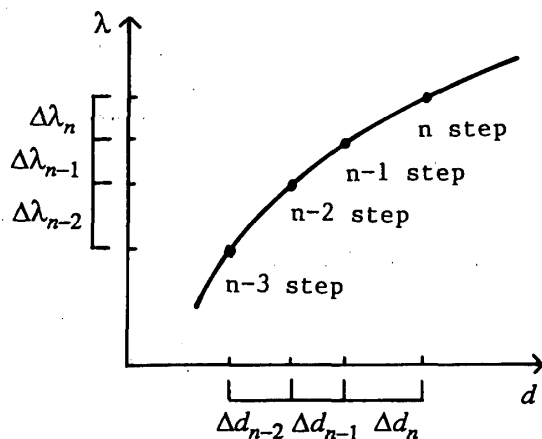


図-7 変位増分パラメータと全体変位との関係

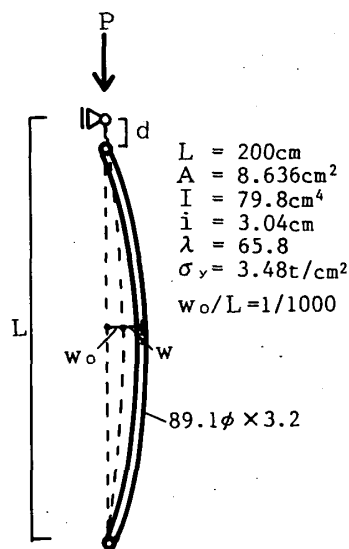


図-8 弾塑性座屈問題

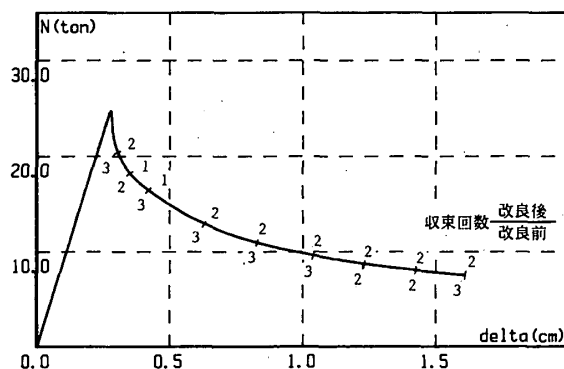


図-9 弾塑性座屈問題の解析結果と収束回数

4.4 積分点の変更による解析精度の改良

文献 1) 2) 5) では要素の応力・ひずみ状態は各要素の両端の断面で追跡していたが、これを図-3 に示すガウス積分点において追跡するよう変更した。

本解析法で必要となる要素の軸方向の積分は、要素の代表 2 点で面積積分を計算し、これらの面積積分の値が要素内で線形に変化しているものとして行う。これに用いる代表点をこの 2 点に変更することにより、各次数の積分は代表点における面積積分の値が P_i 、 P_j であるとき、以下のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \int_{-1/2}^{1/2} P dx &= \frac{l}{2} (P_j + P_i) \\ \int_{-1/2}^{1/2} P x dx &= \frac{\sqrt{3} l^2}{12} (P_j - P_i) \\ \int_{-1/2}^{1/2} P x^2 dx &= \frac{l^3}{24} (P_j + P_i) \\ \int_{-1/2}^{1/2} P x^3 dx &= \frac{\sqrt{3} l^4}{80} (P_j - P_i) \\ \int_{-1/2}^{1/2} P x^4 dx &= \frac{l^5}{160} (P_j + P_i) \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

この変更により、精度が向上することを前節で用いた弾塑性座屈の例で示す。

積分点位置の違いにより、収束回数は前節の改良を施したもので比較して平均2.5回から1.7回と改良された。とくに座屈後の大変形領域では、収束回数が3から1へとほぼ1/3になっている。

前節の改良とこの節の改良とを合わせることで、収束回数の平均が表-2のように1/2とすることができた。

5. 実際構造物（立体トラス）への応用

5.1 解析モデル

実際構造物への応用として、実験の行われている図-10に示す鋼管を用いた複層立体トラス構造⁸⁾を取り上げる。

実験はメカニカルジョイントを用いたトラス構造で行われた。解析は全節点ピン接合（以後Pモデルと呼ぶ）

表-2 平均 iteration 回数

積分位置	改良前 改良後	第1 iteration での増分変位量	
		改良前	改良後
		3.4	2.5
		2.6	1.7

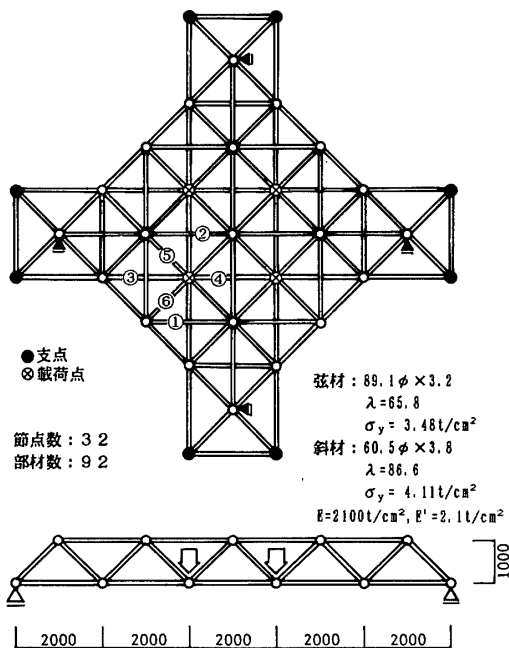


図-10 複層立体トラス構造物の解析例

のものと同節点剛接合（以後Rモデルと呼ぶ）の2とおり行う。なお、Pモデルは各部材に中央点で長さの1/1000の初期不整を水平面内に与えた。

解析の境界条件は、図-10中●で示す点を鉛直方向に支持し、▲で示す点を水平方向に支持した。外力は中央部の下弦材の4交点に下向き荷重を変位制御で載荷した。

5.2 荷重-変位関係

図-11に中央点の鉛直変位と全荷重との関係を示す。図-11から、初期剛性はPモデル・Rモデルの解析結果、実験の3者がほぼ一致することがわかる。

Pモデル、Rモデルともに最初の折れ曲り点では中央の上弦材②が座屈を起こしている。Pモデルではすべての節点をピン接合を考えているため、座屈発生時に実験に比べ荷重が急激に低下している。

塑性後の挙動は、最大耐力前までは実験結果がPモデルとRモデルの中間の性質を示し、最大耐力はPモデルの解析結果とほとんど一致していることがわかる。なお、最大耐力は中央下弦材④の降伏時に発生した。

5.3 軸力の変化

図-10中に①～⑥で示す部材の軸力を、構造物中央点の鉛直変位との関係で図-12に示す。図-13に座屈前後の軸力分布の違いを示す。なお、この図は対称性を考慮して全体の1/4のみを示している。

Pモデル、Rモデル双方とも中央の上弦材②の座屈によって軸力の分担が大きく変化している。

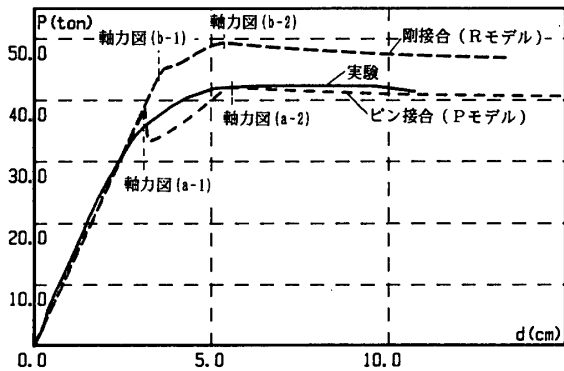


図-11 複層立体トラス構造物の解析結果と実験結果

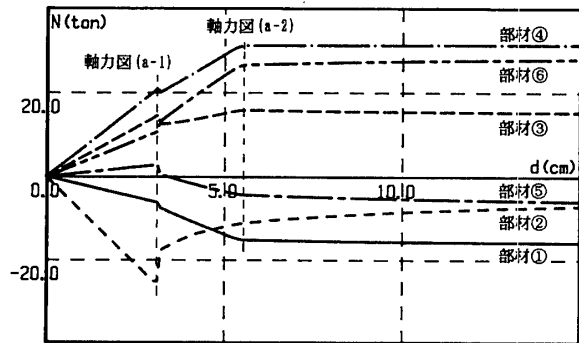


図-12(a) 部材の挙動 (Pモデルの場合)

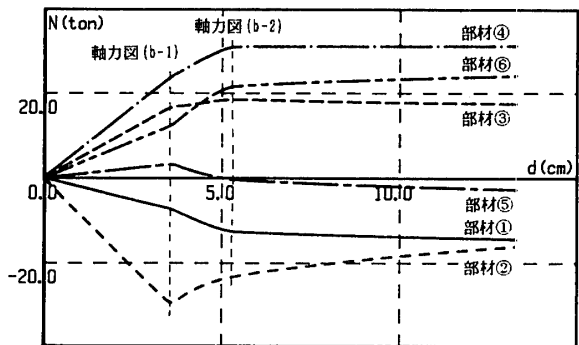


図-12(b) 部材の挙動 (Rモデルの場合)

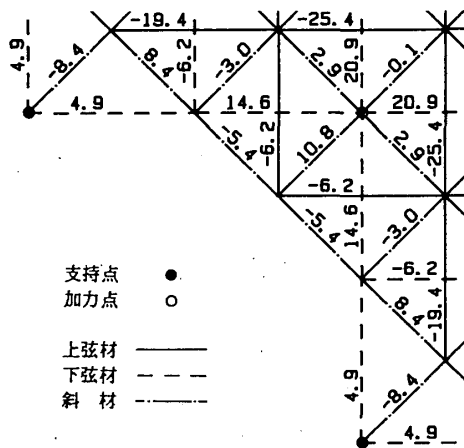


図-13(a-1) 軸力図 [P モデル・座屈前]

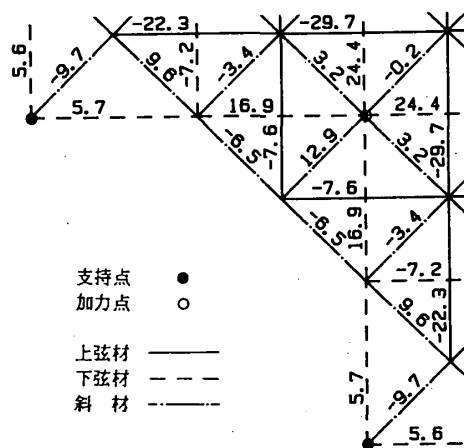


図-13(b-1) 軸力図 [R モデル・座屈前]

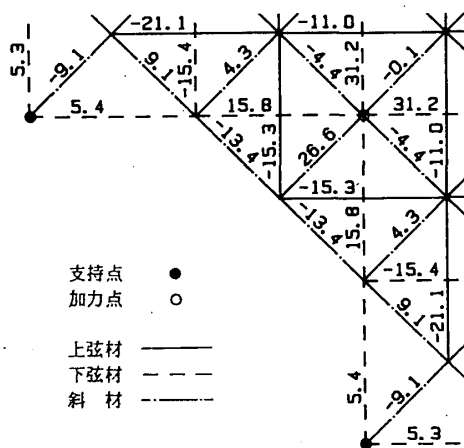


図-13(a-2) 軸力図 [P モデル・座屈後]

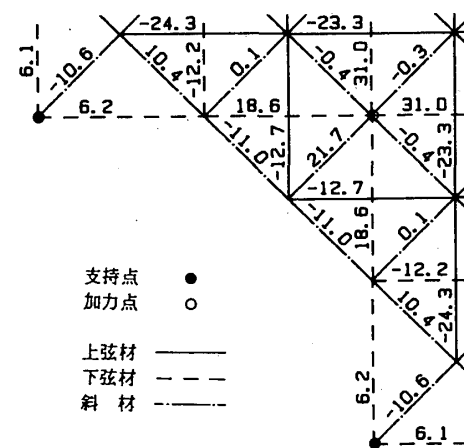


図-13(b-2) 軸力図 [R モデル・座屈後]

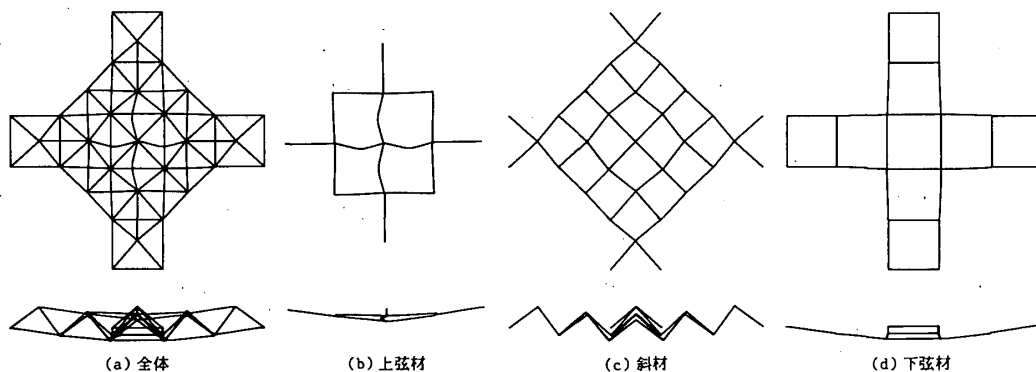


図-14 変形図 [P モデル]

上弦材①②の軸力変化に注目すると、②の座屈によって②に平行に2本ずつ存在する①の軸力が急増し応力が再配分されていることがわかる。

下弦材③④に注目すると、上弦材の座屈にはあまり影響を受けず、引張力が徐々に増加していることがわかる。その理由は④が上弦材②の下弦材であり、かつ①の下弦材でもあるためである。最終的には①の上弦材2本と②の残留圧縮力に比べ、④の下弦材2本の引張耐力が小さいため、④の降伏によって耐力が決まり、安定した崩壊モードとなっている。

Pモデル・Rモデル両者の性状はほぼ同じなので、Pモデルの斜材に注目すると、上弦材②の座屈直前は⑤⑥の斜材がそれぞれ2.9t、10.8tの引張力を負担していたのに対し、座屈後は②の圧縮軸力が半減したためその圧縮力を⑤が受け持ち、-4.4tの圧縮に転じている。その結果、2本の⑤が負担していた引張軸力を1本の⑥が負担しなくてはならなくなったため、座屈直前の軸力の倍以上の軸力26.6tが生じている。

5.4 変形状態

Pモデルの場合の解析をさらに大変形領域まで進め、

$\delta=66$ cm となった時の変形図を図—14 に示す。なお、この変形図は変形を誇張していない。このような変形状態を各荷重 step において図化すること、部分を拡大してその性状を詳細に調べられることも数値解析の特徴である。

5.5 計算時間と内部節点消去の利点

この例題では内部節点を消去し、全体マトリックスは部材の交点としての各節点の増分変位について作成している。未知数 180, 半バンド幅 64 であり、方程式を解くためにスーパーコンピュータでは 0.1 秒も必要としない。逆に内部節点の消去に多くの時間を必要とするが、全 92 部材の剛性マトリックスの作成・内部節点の消去に要する時間はベクトル演算機能を活用して約 5 秒であった。これを内部節点を消去しない方法によると未知数約 7700, 半バンド幅約 1300 となり、これを解くだけで数十秒の演算時間が必要となる。しかも剛性マトリックスを作るには前者と同じ時間が必要である。このように、内部節点を消去することによる計算時間の短縮は大変大きいものである。

本解析は P モデルで約 140 step, R モデルで約 70 step 行った。1 step には東京大学大型計算機センターの S 820/80 で平均約 15 秒のスカラー演算時間と約 13 秒のベクトル演算時間が必要であった。

6. 結 論

本論文では、計算機能力の進歩を前提とした実規模鋼構造物の精密非線形解析法とその実現化について述べ、実験の行われた立体トラス構造を例題として解析し、その結果として実験では得られない力学的挙動をとらえることができることを示した。

謝 辞

実験資料を提供いただいた新日本製鐵株式会社・岩田衛博士、また東京工業大学総合情報処理センターの歴史について調べていただいた同センターの斎藤光雄氏に厚く御礼申し上げます。なお研究費の一部に文部省科学研究費を使用しました。関係者各位に御礼申し上げます。

参考文献

- 1) 藤本盛久, 和田 章, 白方和彦, 小杉 立: 筋違付鉄骨ラーメンの弾塑性解析に関する研究, 日本建築学会論文報告集, No. 209, p. 41~51, 1973. 7.
- 2) 藤本盛久, 和田 章, 岩田 衛, 中谷文俊: 鋼構造骨組の三次元非線形解析, 日本建築学会論文報告集, No. 227, p. 75~90, 1975. 1.
- 3) 柴田道生, 若林 實, 繰返し荷重を受ける筋違付架構の弾塑性解析, 日本建築学会論文報告集, No. 325, p. 9~16, 1983. 3.
- 4) 鈴木弘之, 前田恒一: 鋼柱の座屈後挙動解析, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 387, p. 61~70, 1988. 5.
- 5) 藤本盛久, 和田 章, 岡田久志, 緑川光正, 原田昭穂: 振りが増分歪に与える影響を考慮した鋼構造三次元非線形解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, p. 1381~1382, 1977. 10.
- 6) 日本建築学会: 建築構造力学の最近の発展, p. 469~493, 1987. 11.
- 7) 和田 章, 久保田英之: 不安定構造物の解析法に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 387, p. 34~44, 1988. 5.
- 8) 白谷邦雄, 石井国夫, 菊地文孝, 上遠野明夫, 村松輝久, 犬木弘志: 鋼管構造立体トラスに関する研究—その 2 NS トラス平板骨組実験, 製鉄研究, No. 313, p. 84~92, 1984.
- 9) 村田健郎, 小国 力, 唐木幸比古: スーパーコンピュータ 科学技術計算への適用, 丸善, 1985.
- 10) 小国 力: Fortran 77 応用ソフトウェア作成技法, 丸善, 1986.
- 11) 名取 亮, 野寺 隆編: bit 臨時増刊 スーパーコンピュータと大型数値計算, 共立出版, 1987. 11.

Appendix 1 連立 1 次方程式の解法に要する時間

プログラムの実行に要する時間をハードウェアの性能表からだけで求めることは難しいが、ここでは以下のように単純化して比較する。なお、連立 1 次方程式の解法については文献 9)~11) を参考にした。また、現在稼働している計算機で実測ができるものについては実測値を用いてある。なお、この実測値と推定値は 10 % 程度の誤差で一致した。

【仮 定】

1. 利用者が使うことのできる主記憶領域のうち、100 KB を除いた分を配列として使用できるものとする。足りない場合にはディスクを作業領域とする。
 2. 主記憶内のアクセスに要する時間は無視する。
 3. ディスク 1 回の読み書きで転送できるデータの量は最大ブロック長を越えることはできない。ブロック長は 1 トラックを越えることはできない。
 4. 連立 1 次方程式の未知数は n 個で、係数マトリックスは対称とし、半バンド幅は m とする。実数変数はすべて 64 bit とする。
 5. 連立 1 次方程式の解法は、剛性マトリックスの規模が主記憶容量以内の場合には改訂コレスキー法を、そうでない場合には外部記憶装置(ディスクファイル)を用いたガウス法を用いる。なお、改訂コレスキー法とガウス法について理論的には演算回数に変わりはなく、演算順序の違いのみである。方程式を解くのに要する演算時間は、平均浮動小数点演算時間の $2nm^2$ 倍とし、ディスクを作業領域として用いるものはさらにディスクアクセス時間を要するものとする。
 6. 平均浮動小数点演算時間は性能表の「MFLOPS」値から求めた。ベクトル演算機能の使用可能なものについては十分ベクトル化しているものとする。
 7. 係数マトリックスが主記憶に入り切らない場合には、主記憶内に l 行 m 列の配列を作業領域として 2 個用意する。係数マトリックスは k ($= \lceil n/l \rceil$, $\lceil x \rceil$ は x を下回らない最小の整数) 個に分割してディスク上におく。方程式を解く際には、 $k^2/2 + 1.5k - 1$ 回の read/write が発生する。1 回の read/write で転送するデータの量は $n \times l \times 8$ バイトである。この量がディスクの最大ブロック長 (1 回の読み書きの単位) を越える場合、複数回に分けて転送が行われ、それぞれの回にディスクの位置決め、回転待ちが行われる。
- 以上の仮定から推定した所要時間が図—1 である。

```

1      subroutine stcnd (a      ,wk      ,n      ,
2      $      f      ,ke      ,jp      ,
3      $      ikp      )
4      *
5      dimension a      (n      *n      )
6      dimension f      (n      )
7      dimension wk      (n      )
8      dimension jp      (n      *n      )
9      dimension ikp      (n      *n      )
10     *
11     do 100 i=1,n*n
12     jp (i) = (i - 1) / n + 1
13     ikp(i) = 1
14     100 continue
15     do 110 i=1,n*n,n
16     ikp(i) = 1 - n
17     110 continue
18     *
19     do 230 k=1,ke
20     kj = k + (k-1) * n
21     pv = a(kj)
22     if(pv .eq. 0.0d0) then
23     pv = 1.0
24     end if
25     at = 1.0d0 / pv
26     do 170 j=k+1,n
27     kj = kj + n
28     wk(j) = -a(kj) * at
29     170 continue
30     fk = -f(k) * at
31     *
32     ik = k * n
33     *voption vec
34     do 190 ij=k*n+1,n*n
35     ik = ik + ikp(ij)
36     a(ij) = a(ij) + wk(jp(ij)) * a(ik)
37     190 continue
38     *
39     ik = (k-1) * n
40     do 200 i=1,n
41     ik = ik + 1
42     f(i) = f(i) + fk * a(ik)
43     200 continue
44     *
45     kj = k + (k-1) * n
46     do 220 j=k+1,n
47     kj = kj + n
48     a(kj) = wk(j)
49     220 continue
50     f(k) = fk
51     230 continue
52     *
53     return
54     end

```

図-A(1) 内部節点自由度消去サブルーチン (1)

Appendix 2 内部節点消去ルーチン

図-A にこのルーチンのリストを示す。言語は Fortran 77 である。

[引 数]

$$a(n*n) : \text{input} : \text{式 (7) の } \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

$$\text{output} : \begin{bmatrix} \cdot & -K_{11}^{-1} K_{12} \\ \cdot & K' \end{bmatrix}$$

$$f(n) : \text{input} : \text{式 (7) の } \begin{Bmatrix} f_{i_{m_1}} \\ f_{i_{m_2}} \end{Bmatrix}$$

```

1      subroutine stcnd (a      ,b      ,n      ,
2      $      f      ,ke      )
3      *
4      dimension a      (n      ,n      )
5      dimension f      (n      )
6      dimension b      (n      )
7      *
8      do 230 k=1,ke
9      pv = a(k,k)
10     if(pv .eq. 0.0) pv=1.0
11     at = 1.0 / pv
12     do 170 j=k,n
13     b( j) = -a(k,j) * at
14     170 continue
15     *
16     fk = -f(k) * at
17     *
18     do 200 i=1,n
19     aik = a(i,k)
20     *
21     do 190 j=k+1,n
22     a(i,j) = a(i,j) + b(j) * aik
23     190 continue
24     f(i) = f(i) + fk * aik
25     200 continue
26     *
27     do 220 j=k+1,n
28     a(k,j) = b(j)
29     220 continue
30     *
31     f(k) = fk
32     230 continue
33     *
34     return
35     end

```

図-A(2) 内部節点自由度消去サブルーチン (2)

$$\text{output} : \begin{Bmatrix} -K_{11}^{-1} f_{i_{m_1}} \\ f'_{i_{m_2}} \end{Bmatrix}$$

n : input : 部材内の全未知数

ke : input : 消去する未知数の数 (K₁₁ の大きさ)

wk(n*n), jp(n*n), ikp(n*n), b(n) : 作業領域

[使用上の注意]

図-A(1)のサブルーチンはリストベクトルの高速なスーパーコンピュータ向けに作成したものである。リストベクトルを用いて配列 a を 1 次元で扱っている。リストベクトルの遅いコンピュータに対しては、配列 a を 2 次元のまま扱う図-A(2)の方がよい。

図-A(1)で、190のループは a(ij) と a(ik) とは ij > ik が常に成立ち重なることがないためベクトル化可能である。このことを判断できないコンパイラには強制ベクトル化を指示する必要がある。このループが全実行 step の約 8 割を占めるので、この部分をベクトル化しない限り速度の向上は見込めない。またこの部分に強制ベクトル化を指示してもベクトル化できない機種では図-A(2)を用いる。

SYNOPSIS

UDC : 624.072 : 624.04 : 516.3

USE OF A SUPER COMPUTER FOR THE NON-LINEAR ANALYSIS OF A FULL-SIZED STRUCTURE

by Dr. **AKIRA WADA**, Assoc. Prof., Tokyo Institute of Technology, and **HIDEYUKI KUBOTA**, Graduate Student of Tokyo Institute of Technology, Members of A. I. J.

This paper deals with the nonlinear analysis of a three dimensional steel structure using a super computer. Future improvements in the structural analysis of complex buildings will depend closely on advances in computational power.

In this paper, the premise is examined that the super computer can be used effectively for structural analysis, enlarging the range of applicability of that analysis, improving its accuracy and reducing significantly the computational time required for complex problems. An example is presented of the use of a super computer for the analysis of a double-layered space frame. With the super computer yielding and buckling phenomena of individual members within that frame were predicted as well the response for the complete length of individual members. That response cannot be obtained economically in experiments.

In the near future, better super computers will be developed, and it will be possible to analyze the nonlinear three dimensional behavior of existing complex building up to complete collapse.